Lista de Exercícios VIII

① Uma onda eletromagnética plana monocromática de frequencia ω se propaga (na direção e sentido do eixo z) através um meio de permeabilidade magnética μ_1 e constante dielétrica ϵ_1. A onda incide com direção normal à interface com um outro meio caracterizado pelas constantes μ_2, ϵ_2 como mostrado na figura.

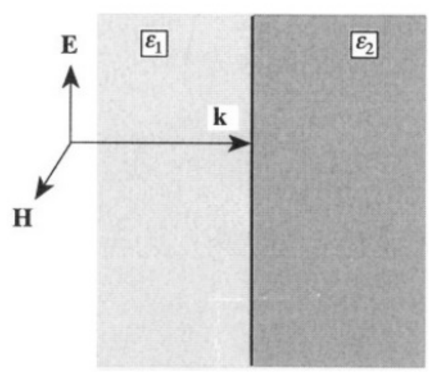

Figure 1:

(a) Escreva a velocidade da onda em ambos meios.

(b) O campo elétrico da onda incidente é

$$\vec{E}_1 = E_0 \hat{y} e^{\imath(K_I z - \omega t)},$$

em que $\hat{y}$ é o vetor unitário na direção y e K_I é o vetor de onda incidente, obtenha a expressão para o campo magnético dessa onda incidente.

(c) Obtenha os vetores elétrico e magnético para a onda transmitida através da interface e para a onda refletida por ela.

(d) Em $z = 0$ calcule o vetor de Poynting $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ dos dois lados da interface e compare os resultados.

② Considere duas ondas eletromagnéticas esféricas cujas componentes elétricas são dadas por:

(a)

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \frac{\vec{E}_0}{r}\ e^{i(kr \pm \omega t)}.$$

(b)

$$\vec{E}(r,\theta,\phi,t) = A\frac{\sin\theta}{r}\left[cos(kr-\omega t) - \frac{1}{kr}\sin(kr-\omega t)\right]\hat{\phi},$$

em que $c = \omega/k$. Em ambos casos, mostre que $\vec{E}$ é solução da equação de onda eletromagnética em coordenadas esféricas e encontre o campo magnético associado a cada uma delas.

Dica: A divergência e o operador laplaciano em coordenadas esféricas são dados por:

$$\nabla\cdot\vec{A}(r,\theta,\phi) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(A_\theta\sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi},$$

$$\nabla^2\psi(r,\theta,\phi) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2},$$

respectivamente.

③ Uma onda eletromagnética plana de intensidade I incide numa placa de vidro com índice de refração n, o vetor de onda é perpendicular à superfície da placa (incidência normal). Mostre que o coeficiente de reflexão (da intensidade) é dado por $R = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$.

④ Escreva os campos elétricos (em forma exponencial) correspondentes às seguintes ondas:

(a) Uma onda linearmente polarizada viajando na direção x. O vetor $\vec{E}$ faz um ângulo de 30° com o eixo y.

(b) Uma onda com polarização elíptica viajando na direção y. O semieixo maior da elipse está na direção z e é duas vezes o semieixo menor.

(c) Uma onda com polarização linear viajando no plano $x-y$ com uma direção que faz 45° com o eixo x. A direção de polarização é $\hat{z}$.

⑤ Demonstre, para o caso geral de polarização elíptica, que o ângulo ψ entre o eixo maior da elipse de polarização e o eixo Ox (ver figura 2) é dado por:

$$\tan(2\psi) = \tan(2\alpha)\cos\delta,$$

onde $\tan(\alpha) = b/a$.

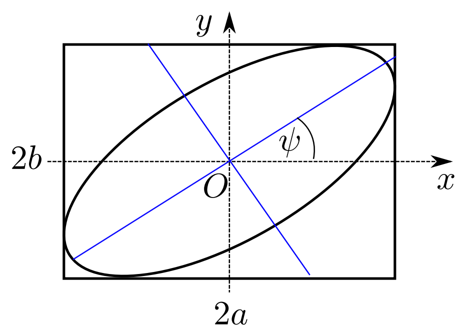

Figure 2:

⑥ Luz sem polarização atravessa dois polarizadores. Se a intensidade da luz transmitida é 20% da luz original, qual é o ângulo entre os eixos de transmissão dos polarizadores?

⑦ **Problema desafio:** Um meio anisotrópico tem índices de refração diferentes n_x e n_y para ondas linearmente polarizadas nas direções $\hat{x}$ e $\hat{y}$ respectivamente, com vetores de onda na direção $\hat{z}$. Descreva, como função de z, o comportamento do vetor de polarização de uma onda eletromagnética de frequência ω, que se propaga na direção e sentido do $\hat{z}$ e cujo vetor de polarização é $(\hat{x}+\hat{y})/\sqrt{2}$ no plano $z = 0$.

Sugestão: Escreva a onda como superposição de duas ondas linearmente polarizadas de mesma frequência ω, cujas direções de polarização são $\hat{x}$ e $\hat{y}$, para os quais o índice de refração tem os valores n_x e n_y. Uma vez feito isso, verifique o comportamento da polarização da superposição dessas duas ondas como função de z.