Respostas da Lista de Exercícios XI

1.

2. (a) e (b): No caso (a), tomando o referencial $\mathcal{S}$ do sinal em questão, os eventos acontecem na mesma posição $\Delta\vec{x} = 0$ e estamos no caso (b). Para (b), use as TL para mostrar que $\Delta t' = \gamma \Delta t$. Como $\gamma \geq 1$, então $\Delta t'$ tem o mesmo sinal de Δt e $|\Delta t'| \geq |\Delta t|$.

   (c) $\Delta t = 0$ implica, escolhendo a direção do movimento do de $\mathcal{S}'$ como a direção x de $\mathcal{S}$, que:

   $$|\Delta\vec{x'}|^2 = |\Delta\vec{x}|^2 + (\gamma^2 - 1)\Delta x^2$$

   O que mostra que $|\Delta\vec{x'}| \geq |\Delta\vec{x}|$, e ainda, se a direção do movimento de $\mathcal{S}'$ não é ortogonal à $\Delta\vec{x}$, então $\Delta x \neq 0$, e como $(\gamma^2 - 1)$ é sobrejetora em $[0, \infty)$, $|\Delta\vec{x'}|$ pode assumir qualquer valor maior ou igual a $|\Delta\vec{x}|$.

3. $\alpha = -tg^{-1}\left(\frac{\gamma uv}{c^2}\right)$.

4. $m' = \gamma m$.

5. (a) $v = \frac{\sqrt{3}c}{2}$.

   (b) $L'_c = 2,5\text{m}$.

   (c) $t_2 = t_3 = \frac{10\sqrt{3}}{3}\frac{m}{c}$. A escada está completamente no celeiro.

   (d) $t'_2 = \frac{20\sqrt{3}}{3}\frac{m}{c}$; $t'_3 = \frac{5\sqrt{3}}{3}\frac{m}{c}$. Como $t'_3 < t'_2$ a escada toca o fundo do celeiro antes de entrar completamente e portanto, aparentemente, não entrará completamente.

   (e) $t'_4 = \frac{5\sqrt{3}+30}{3}\frac{m}{c} > t'_2$. Mostrando que a escada não pode parar completamente antes de entrado no celeiro, de foma que em $\mathcal{S}'$ ela também entra completamente antes de parar.

6. (a)

   (b)

   (c)

(d) Uma TL contrai um dos eixos enquanto dilata o outro, preservando o produto $\Delta\xi\Delta\zeta = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2$, que corresponde ao intervalo invariante e representa, num diagrama $\xi \times \zeta$, a área do retângulo cujos vértices opostos são os eventos.

(e)

(f) (i) $n = 2,7$; (ii) $n = 4,8$; (iii) $n = 6,9$.

(g)

7. (a) 51 anos.

(b) 12$c$anos = 12anos-luz.

(c) $t = 15$anos, $x = 12$anos-luz.

(d) $t' = 9$anos, $x' = 0$.

(e) $\hat{t} = 41$anos, $\hat{x} = 40$anos-luz.

(f) Deve avançar 32anos, com 9anos da viagem de volta, seu relógio marca 50anos.

(g) (i) $26,4$anos. (ii) $45,6$anos. Note a diferença na idade percebida devido ao salto.

(h) Tempo de volta de $5,4$anos na terra, Logo a idade esperada do irmão é $45,6 + 5,4 = 51$anos. Note que para que o resultado coincida com o do item (a) tivemos que somar o acréscimo na idade percebida devido ao salto.

8. Ingenuamente, $\frac{C}{R} = 2\pi\sqrt{1-(\omega R/c)^2} < 2\pi$. O problema é que um objeto acelerado não pode se manter rígido, essas observações levaram Einstein a considerar que o espaço-tempo em referenciais acelerados é não-Euclidiano. No contexto da relatividade geral o problema pode ser resolvido e de fato se obtém $\frac{C}{R} > 2\pi$.

9. $N = \frac{\gamma\omega v}{2\pi c^2}$.