

Lista de Exercícios III

- ① Um pulso triangular se propaga como uma onda para a direita com velocidade $v = 1$ m/s. A equação do pulso no instante $t = 0$ s é dada por

$$y(x, 0) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{se } |x| \leq 1 \text{ m,} \\ 0, & \text{se } |x| > 1 \text{ m.} \end{cases}$$

- (a) Esboce o gráfico de $y(x)$ nos instantes $t = 0, 1$ e 2 s;
(b) Esboce o gráfico de $y(t)$ para as posições $x = -1, 0$ e 1 m;
(c) Escreva a função $y(x, t)$ dessa onda.
(d) Calcule os coeficientes de Fourier e verifique o que ocorre com os primeiros cinco termos da série.
- ② Considere o deslocamento ondulatório representado por

$$y(x, t) = 0,5 \sin(0,1x - 0,4t),$$

com todas as quantidades no SI.

- (a) Determine a amplitude, o período, o comprimento de onda e a velocidade de propagação dessa onda;
(b) Determine a velocidade $\frac{\partial y}{\partial t}(x, t)$ e a aceleração $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, t)$ deste deslocamento;
(c) Esboce os gráficos de $y(x, 0)$, $\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0)$ e $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}(x, 0)$.
- ③ Mede-se a velocidade v de propagação de ondas transversais num fio com uma extremidade presa a uma parede, que é mantido esticado pelo peso de um bloco que se encontra suspenso na outra extremidade através de uma polia.
- (a) Forneça uma expressão para a velocidade v .
(b) Considere um bloco de altura h , submerso em um fluido de densidade ρ . Usando o fato de que a pressão p_2 exercida pelo fluido sobre a base inferior do bloco e a pressão p_1 exercida pelo fluido sobre a base superior se relacionam como $p_2 - p_1 = \rho gh$, deduza o *Princípio de Arquimedes* que relaciona o empuxo que o fluido

fornece ao bloco com o peso da porção de fluido deslocada pelo bloco (HMN – Vol.2 – Cap.1).

- (c) Considere agora que o bloco suspenso pela polia esteja mergulhado na água até os $2/3$ da altura e que se verifica que a velocidade de propagação cai para 95,5% da anterior. Qual é a densidade do bloco em relação à água?

- ④ Uma onda é representada por

$$y_1(x, t) = 10 \cos(5x + 25t),$$

onde x é medido em metros e t em segundos. Mostre que $y_1(x, t)$ satisfaz a equação de onda e deduza seu comprimento de onda, frequência, velocidade e direção de propagação. Uma segunda onda

$$y_2(x, t) = 20 \cos(5x + 25t + \pi/3),$$

interfere com $y_1(x, t)$. Deduza a amplitude e fase da onda resultante.

- ⑤ Uma corda uniforme de massa m e comprimento l está pendurada no teto.

- (a) Mostre que a velocidade de uma onda transversal na corda é uma função de y , a distância de um ponto na corda medida a partir do ponto mais baixo, e dada por $v = \sqrt{gy}$.
- (b) Mostre que o tempo que uma onda transversal leva para atravessar o comprimento da corda é $t = 2\sqrt{l/g}$.
- (c) A massa da corda influi nos resultados obtidos? Por que?

- ⑥ (a) Mostre, diferenciando a expressão para a velocidade de propagação de ondas numa corda, que a variação percentual de velocidade $\Delta v/v$ produzida por uma variação percentual $\Delta T/T$ da tensão na corda é dada por $\Delta v/v = \frac{1}{2}\Delta T/T$.
- (b) Um afinador de pianos faz soar a nota lá de um diapasão, de frequência $\nu = 440$ Hz, para compará-la com a nota lá da escala média de um piano. Com ambas soando simultaneamente, ele ouve batimentos cuja intensidade máxima se repete a intervalos de 0,5 s. Que ajuste percentual ele deve fazer na tensão da corda do piano para afiná-la?

- ⑦ Um receptor de rádio de ondas curtas recebe simultaneamente dois sinais de um transmissor localizado a 500 m de distância, o primeiro sinal por um caminho ao longo da superfície da Terra, o segundo por reflexão em uma porção da camada da ionosfera situada a 200 km de altura. A camada atua como um refletor horizontal perfeito. Quando a frequência da onda transmitida é 10 MHz é observado que a intensidade do sinal combinado varia de seu valor máximo para seu valor mínimo e volta para o máximo 8 vezes por minuto. Com que velocidade vertical está se movendo a camada da ionosfera? Mostre que a Terra pode ser considerada como plana para este problema. Ignore distúrbios atmosféricos.
- ⑧ Considere uma onda retangular cujo perfil em $t = 0$ é dado por

$$g(x, 0) = \begin{cases} -1, & \text{se } -L/2 \leq x \leq -L/4 \\ 1, & \text{se } -L/4 \leq x \leq L/4 \\ -1, & \text{se } L/4 \leq x \leq L/2 \end{cases}$$

Encontre a série de Fourier que pode aproximar essa onda. Faça um gráfico dos primeiros 5 modos da série. Use o computador para fazer isso.