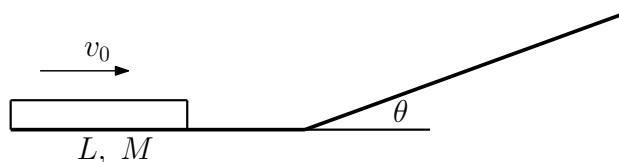


Lista de Exercícios VII

- ① Considere um triângulo equilátero, de lado L e densidade superficial de massa $\sigma = \sigma_0$ constante. Calcule a posição do centro de massa.
- ② Considere uma barra de comprimento L , com densidade linear de massa dada por $\lambda(x) = xf$, com f constante de dimensões adequadas.
- (a) Quais as dimensões físicas de f ?
 - (b) Qual a posição do centro de massa da barra?
 - (c) Suponha que a barra seja lançada da superfície da Terra na direção vertical. Desprezando o atrito do ar, descreva a equação do movimento do centro de massa e escreva a solução supondo que a velocidade inicial seja $v(t = 0) = v_0$.
 - (d) Nas mesmas condições do item (c), suponha que no momento do lançamento a barra seja colocada em rotação. O que muda na trajetória do centro de massa?
- ③ Considere o sistema Sol-Lua-Terra, em movimento sob a ação das forças gravitacionais mútuas. Como vocês verão mais para a frente, no caso de um sistema de dois corpos que interage gravitacionalmente, a trajetória de cada um dos corpos é elíptica. Ao contrário, não existe uma solução geral analítica para um sistema de três corpos que interage gravitacionalmente. Apesar disso, o movimento do sistema Sol-Lua-Terra que está sendo considerado pode ser analisado em termos relativamente simples da forma seguinte:
- (a) Considerando que $M_{Sol} \gg M_{Terra} \gg M_{Lua}$, mostre que é uma boa aproximação identificar o centro de massa do sistema com o centro do Sol. Qual o erro cometido nesta identificação?
 - (b) Considerando que as forças externas que agem no sistema são desprezíveis, qual a trajetória do Sol no espaço?
 - (c) Considerando agora que a distância média entre Terra e Sol é da ordem de 10^{11} m, enquanto a distância média entre Terra e Lua é de 10^8 m, calcule a equação do movimento do centro de massa Terra-Lua no referencial do Sol (é um referencial inercial?), e mostre que o problema é reconduzido àquele de um sistema de dois corpos;

Figura 1: Trem de comprimento L .

- (d) Em termos de quais movimentos é portanto possível descrever o sistema?
- ④ Calcule a expressão para a energia cinética de um sistema de N corpos no referencial do centro de massa.
- ⑤ Considere um trem de comprimento L , massa total M e densidade uniforme, em movimento com velocidade v_0 num plano horizontal sem atrito (veja a figura 1). No instante $t = 0$, o trem encontra uma subida retilínea que faz um ângulo θ em relação ao plano horizontal e começa subir até parar.
- (a) Mostre explicitamente que, no cálculo da energia potencial de um corpo não puntiforme, é possível considerar um corpo puntiforme de massa igual à massa total do corpo;
- (b) Quais as três posições possíveis nas quais o trem pode parar?
- (c) Calcule a posição do centro de massa do trem quando o trem estiver parado nas três situações do item (b);
- (d) Considere agora o caso $L = 180$ m, $M = 200 \times 10^3$ kg, $\theta = 2^\circ$ e $v_0 = 180$ km/h. Qual a altura final do centro de massa do sistema?
- (e) Escreva as equações do movimento do trem nas várias fases da subida.
- ⑥ Considere um foguete que se movimenta na vertical *sob a ação de um campo gravitacional*. Qual a velocidade final do foguete após ter queimado uma parte do combustível? É melhor queimar o combustível rapidamente ou devagar?
- ⑦ Um foguete com N estágios tenta alcançar a velocidade de escape da Terra.

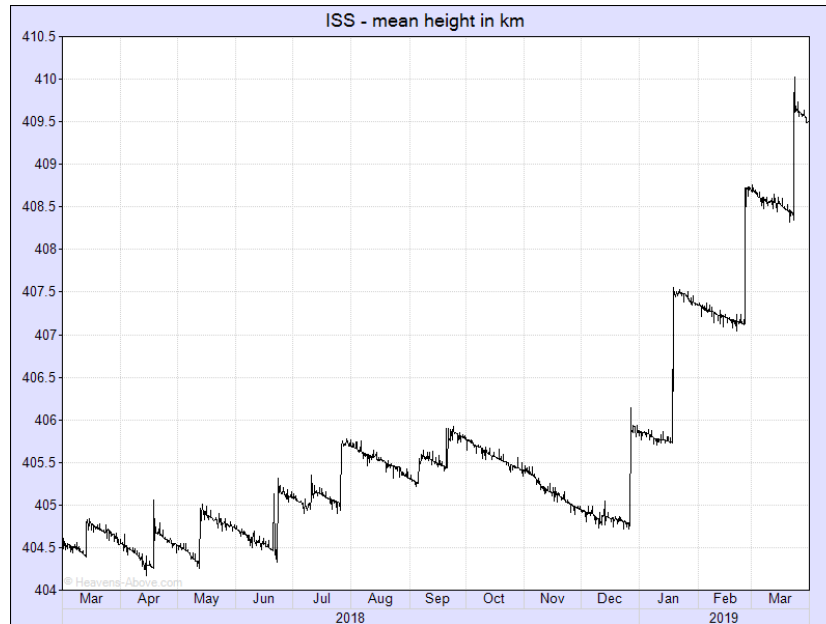


Figura 2: International Space Station.

- (a) Suponha que a razão entre a massa de combustível e a massa de cada um dos tanques seja de 10%, e que a massa útil represente 1% da massa total. Qual a velocidade final de um foguete com 3 estágios? E de um foguete com 5 estágios?
- (b) Para obter velocidades finais maiores *a parte o número de estágios*, é mais eficiente diminuir a massa da carga útil em relação à massa total ou é melhor modificar a razão entre a massa do combustível e a massa dos tanques?
- ⑧ Num satélite em órbita baixa ao redor da Terra atua uma força de atrito devida à atmosfera do planeta. Essa força de atrito se opõe ao movimento, causando uma diminuição do raio da órbita do satélite. Por exemplo, a Figura 2 mostra a altura da International Space Station (ISS) em função do tempo, onde podemos claramente identificar os períodos de queda e os períodos (rápidos) onde uma parte do combustível é usada para aumentar a altura. Dado que o atrito é fraco, em cada instante a órbita do satélite é *quase circular*. Relacione a energia cinética à energia potencial do satélite e mostre que (i) a diminuição

da energia devido à força de atrito corresponde a uma diminuição da altura da órbita, e (ii) que, apesar da força de atrito estar presente, a velocidade do satélite aumenta com o tempo.

- ⑨ Considere o sistema de polias em figura 3. As mesas que sustentam os corpos M_1 e M_2 geram atrito de contato, ambas com coeficiente de atrito μ .

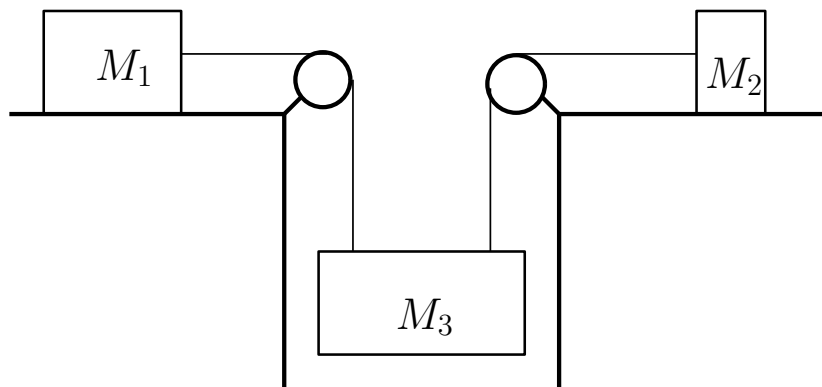


Figura 3: Sistema de Polias.

- (a) Desenhe o diagrama das forças que atuam em cada um dos corpos;
- (b) Como você pode escrever de forma matemática o vínculo entre os corpos devido às cordas?
- (c) Escreva as equações do movimento para cada um dos corpos?
- (d) A energia é conservada no sistema?
- (e) Considerando o sistema $M_1 + M_2 + M_3$, o momento linear é conservado? Por quê?
- ⑩ Um caminhão-tanque cheio de água, de massa total M , utilizado para limpar ruas com um jato de água, trafega por uma via horizontal, com coeficiente de atrito cinético μ . Ao atingir a velocidade v_0 , o motorista coloca a marcha no ponto morto e liga o jato de água, que é enviada para trás com velocidade v_e relativa ao caminhão, com uma vazão de λ litros por segundo. Ache a velocidade $v(t)$ do caminhão depois de um tempo t .