

Lista de Exercícios X

- ① Use o conceito de *potencial efetivo* para descrever o problema da órbita de um planeta em torno do Sol. Encontre o afélio e o periélio como função da energia total do sistema.
- ② Nos últimos anos tivemos notícias da detecção da colisão entre buracos negros. Nessas colisões, buracos negros de dezenas de vezes a massa do Sol vão se aproximando até colidir e se fundir num novo objeto. Suponha que num dado instante t_0 dois buracos negros, de massas $M_1 = 10 M_\odot$ e $M_2 = 20 M_\odot$, estejam orbitando um ao outro no plano $z = 0$, com uma velocidade angular $\omega_0 = 100\pi \text{ s}^{-1}$, e afastados por uma distância de 20 km. Suponha também que cada um desses buracos negros gira em torno de seus próprios eixos, de tal forma que o momento angular deles é $\vec{L}_1 = (80\hat{i} + 30\hat{k}) M_\odot \text{ km}^2 \text{ s}^{-1}$ e $\vec{L}_2 = (20\hat{j} - 90\hat{k}) M_\odot \text{ km}^2 \text{ s}^{-1}$. Sabendo que esse sistema é essencialmente conservativo, calcule o momento angular do buraco negro que é formado pela fusão desses dois buracos negros.

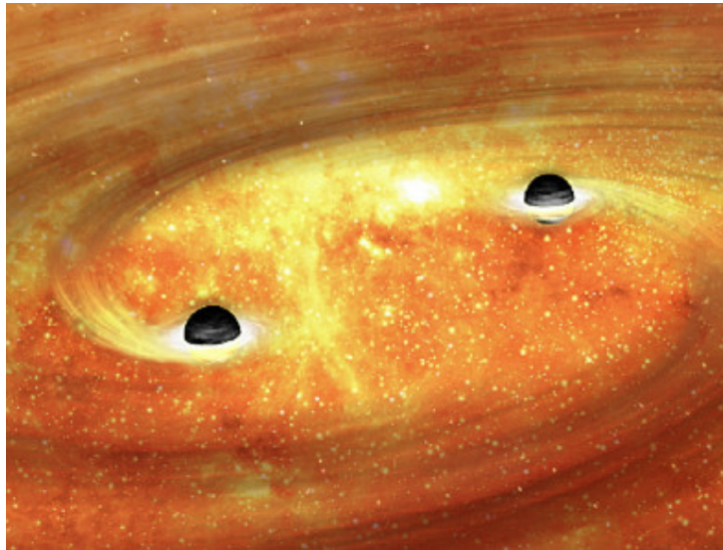


Figura 1: Buracos negros em órbita, antes da fusão.

- ③ (Adaptado de HMN, 11.15) Quatro discos iguais de massa m ocupam os vértices de uma armação quadrada, formada por quatro bar-

ras rígidas de comprimento ℓ e massa desprezível. O conjunto está sobre uma mesada ar horizontal, podendo-se deslocar sobre ela sem atrito. Transmite-se um impulso instantâneo $\Delta\vec{P}$ a uma das massas desse quadrado, na direção paralela a um dos lados do quadrado. Descreva completamente o movimento após a transmissão desse impulso. Em particular, verique se o torque executado no sistema teve o efeito esperado.

- ④ (Adaptado de HMN, 11.16) Numa mesa sem atrito temos um haltere, formado por dois discos iguais, de massas m e unidos por uma barra rígida de massa desprezível e comprimento $\ell = 30$ cm. O haltere está inicialmente orientado na posição vertical, de modo que uma massa se encontra na origem ($\vec{r}_1 = 0$), e a segunda massa esta na posição $\vec{r}_2 = (30 \text{ cm}) \hat{j}$. Um terceiro disco, também de massa m , desloca-se com velocidade $\vec{v}_0 = (3 \text{ m s}^{-1}) \hat{i}$, ao longo do eixo x , e colide frontalmente com a massa que estava na origem, ficando depois colado a essa massa. Descreva completamente o movimento após essa colisão.
- ⑤ (Adaptado de HMN 11.3) Considere um sistema isolado de duas partículas de massa m_1 e m_2 . Exprima o vetor momento angular total do sistema relativo ao CM em função da massa reduzida μ , do vetor de posição \mathbf{r} de m_2 em relação a m_1 e da velocidade relativa \mathbf{v} de m_2 em relação a m_1 .