

Lista de Exercícios I

- ① Suponha que você queira alinhar moedas de 10 centavos, uma do lado da outra, em linha reta até chegar ao comprimento de 1 km. Quantas moedas são necessárias? Qual a precisão da sua estimativa?
- ② Estime:
 - (a) a massa total de água nos oceanos da Terra;
 - (b) o número médio de gotas de chuva que caem sobre a área de 1 km^2 para a precipitação de 1 cm de chuva;
 - (c) o número de grãos de areia da praia de Copacabana (ou de outra que você conhecer melhor);
 - (d) o número de átomos contidos num grão de areia.
- ③ A sonda cosmológica WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) determinou em 2014 que a densidade média de átomos no Universo é equivalente a 1 próton por 4 m^3 .
 - (a) Estime a massa total contida dentro do raio do Universo;
 - (b) Estime o número total de núcleons (neutrons e prótons) contido nesse volume;
 - (c) Compare a densidade média de matéria no Universo com a densidade típica do interior do núcleo atômico.
- ④ Considere uma estrela que sofre algum tipo de oscilação. Como a frequência ω da oscilação depende das propriedades da estrela? Como sempre o primeiro passo é identificar as variáveis físicas relevantes. Discuta porque aqui as variáveis relevantes são a densidade de massa ρ , o raio da estrela R e a constante G da lei da gravitação universal de Newton. Considere que a densidade de massa possa ser considerada aproximadamente constante. Use análise dimensional para encontrar a dependência de ω com as propriedades da estrela.
- ⑤ Considere ondas na superfície da água, que são chamadas de ondas de gravidade. Como a frequência ω dessas ondas depende do chamado número de onda k ? Discuta porque as quantidades relevantes aqui são

a densidade da água ρ , a aceleração da gravidade g e k . Use o fato que $[k] = L^{-1}$ e análise dimensional para encontrar $\omega(k)$.

- ⑥ Em explosões nucleares há essencialmente uma liberação instantânea de energia E em uma pequena região do espaço. Isso produz uma onda de choque esférica, com a pressão dentro da onda de choque milhares de vezes maior que a pressão inicial do ar. Como o raio R da onda de choque cresce com o tempo t ? Discuta por que as quantidades relevantes são E , t e a densidade do ar ρ . Use análise dimensional para obter $R(t)$. Em 1950 as fotografias do projeto Trinity foram divulgadas pelo governo americano e publicadas na revista *Life*. Usando essas fotografias (tiradas em tempos sucessivos após a explosão nuclear) e a mesma análise dimensional feita aqui o físico britânico G. I. Taylor (*Proc. Roy. Soc. London A* **200**, 235-247, 1950) estimou a energia liberada pela explosão em 22 quilotoneladas de TNT. Essa informação na época era considerada confidencial!
- ⑦ Dados os vetores: $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$ e $\mathbf{B} = 5\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ encontre:
- (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$
 - (b) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$
 - (c) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$
 - (d) o valor de $|\mathbf{A}| \equiv A \equiv \sqrt{\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}} = \sqrt{\mathbf{A}^2}$ e de $|\mathbf{B}| \equiv B \equiv \sqrt{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}} = \sqrt{\mathbf{B}^2}$
 - (e) o cosseno do ângulo entre \mathbf{A} e \mathbf{B}
 - (f) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$
- ⑧ Mostre
- (a) que se $|\mathbf{C} - \mathbf{D}| = |\mathbf{C} + \mathbf{D}|$, então \mathbf{C} é um vetor perpendicular a \mathbf{D} ;
 - (b) a lei dos senos considerando a área de um triângulo formado pelos vetores \mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c} , onde $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = 0$;
 - (c) que se $\hat{\mathbf{a}}$ e $\hat{\mathbf{b}}$ são vetores unitários (versores) no plano xy fazendo um ângulo θ e ϕ com o eixo x , respectivamente, então esses versores podem ser representados como $\hat{\mathbf{a}} = \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j}$ e $\hat{\mathbf{b}} = \cos \phi \mathbf{i} + \sin \phi \mathbf{j}$. Use isso para provar que $\cos(\theta - \phi) = \cos \theta \cos \phi + \sin \theta \sin \phi$.

- ⑨ Considere dois pontos localizados em \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 e separados pela distância $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$. Encontre o vetor \mathbf{A} da origem até um ponto na reta que liga \mathbf{r}_1 a \mathbf{r}_2 a uma distância xr do ponto \mathbf{r}_1 , onde x é algum número.
- ⑩ Seja \mathbf{A} um vetor arbitrário e seja $\hat{\mathbf{n}}$ um versor em alguma direção fixa. Mostre que sempre podemos escrever \mathbf{A} como a soma de dois vetores: um na direção de $\hat{\mathbf{n}}$ e outro na direção perpendicular. Ou seja, que

$$\mathbf{A} = (\mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \hat{\mathbf{n}} + (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{A}) \times \hat{\mathbf{n}}$$