Lista de Exercícios III

1. Usando as técnicas desenvolvidas nas aulas, resolva a equação do movimento do oscilador harmônico simples.

2. A equação diferencial para a carga no capacitor de um circuito RLC em corrente alternada é

$$\ddot{Q}(t) + \gamma\dot{Q}(t) + \omega_0^2 Q(t) = \varepsilon\cos(\omega t).$$

Calcule a solução em função das condições iniciais $Q(0) = Q_0$, $\dot{Q}(0) = I_0$.

3. A força de Lorentz pode ser escrita em forma vetorial como

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}\,,$$

onde q é a carga elétrica da partícula, $\mathbf{E}$ o campo elétrico e $\mathbf{B}$ o campo magnético.

(a) Escreva a força de Lorentz em componentes usando a forma com índices e com as coordenadas (x, y, z) explicitamente;

(b) Resolva a equação do movimento para condições iniciais genéricas;

(c) Qual a solução que satisfaz $\mathbf{x}(0) = 0$ e $\mathbf{v}(0) = v_0\,\hat{e}_x$?

4. Um projétil é disparado com um ângulo θ e com uma velocidade v_0. Considerando a força de resistência do ar,

$$\vec{F}_{\text{res}} = -\alpha\vec{v},$$

sendo $\vec{v}$ a velocidade, determine a trajetoria de movimento do projétil.

5. Uma particula em uma dimensão está sujeita a um potencial gravitacional,

$$V(x) = -\frac{k}{x^2},$$

sendo k uma constante com unidades apropriadas. Determine a equação de movimento para a partícula e ache a solução.

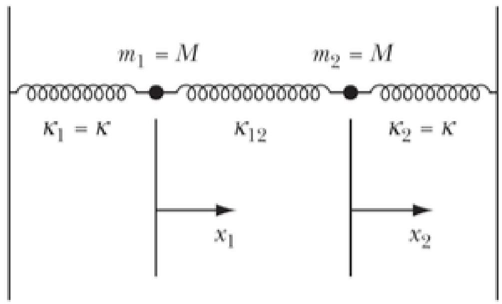

Figura 1: Osciladores acoplados.

6. Resolva a equação de Airy

$$y''(z) - zy(z) = 0\,,$$

a qual aparece na resolução do problema de autovalores de uma partícula num potencial linear na Mecânica Quântica.

7. Um corpo de massa m está conectado a um pêndulo simples de comprimento L.

   (a) Escreva as equações de movimento para as duas componentes (x, y) (escolhidas oportunamente);

   (b) Escreva as mesmas equações de movimento em coordenadas polares no plano;

   (c) Desenhe o diagrama de fase da equação na direção tangente à trajetória;

   (d) Quais as posições de equilíbrio estável? E instável?

8. Desenhe o diagrama de fase de um corpo que sente um potencial (em uma dimensão)

$$U(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$$

9. Considere o sistema de osciladores harmônicos acoplados da Fígura 1.

(a) Calcule a equação do movimento do sistema, considerando $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$ como posições de equilibrio;

(b) Escreva a equação do movimento como sistema de equações diferenciais da primeira ordem;

(c) Resolva o sistema de equações diferenciais.